

CONTROLE D'ÉLECTRICITÉ

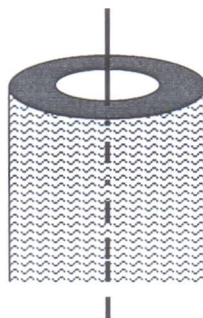
Durée 1h 30

7

EXERCICE 1

On considère une distribution de charges, de densité volumique ρ , comprise entre deux cylindres de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$). Les deux cylindres sont coaxiaux et de hauteurs infinies.

Calculer, en tout point M de l'espace, le vecteur champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par cette distribution supposée uniforme.



7

EXERCICE 2

Calculer la charge et la tension aux bornes de chacun des condensateurs des circuits suivants :

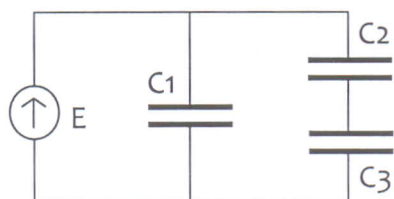


Figure (a)

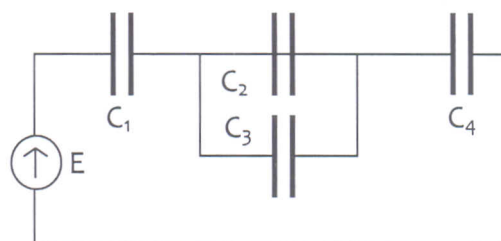
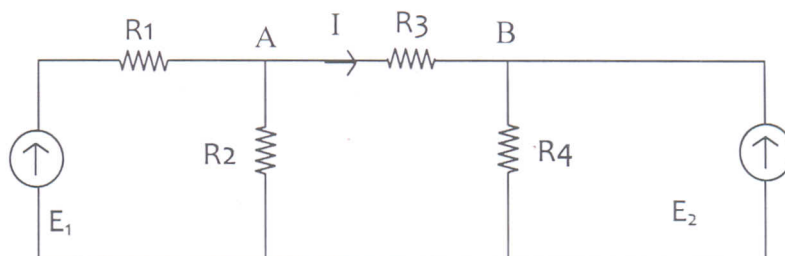


Figure (b)

6

EXERCICE 3

Appliquer le théorème de Thévenin pour calculer le courant I circulant dans la résistance R du circuit ci-dessous.



Corrigé cc d'électrostaté 2014/2015

Exercice 1)

Calcul en tout point M de l'espace le Champ Electrostatique $\vec{E}(M)$.

On applique le théorème de Gauss.

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Choix de la surface de Gauss est un cylindre de hauteur h et de rayon r .

Le vecteur $\vec{E}(r) \perp \Delta$ perpendiculaire Δ .

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_{S_{B_1}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{S_{B_2}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{S_l} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_{S_l} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{S_l} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{S_l} E \cdot ds$$

$\vec{E} \text{ constant sur } S_l$

$$\oint_{S_l} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \int_{S_l} ds = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$E \text{ constante sur } S_l$

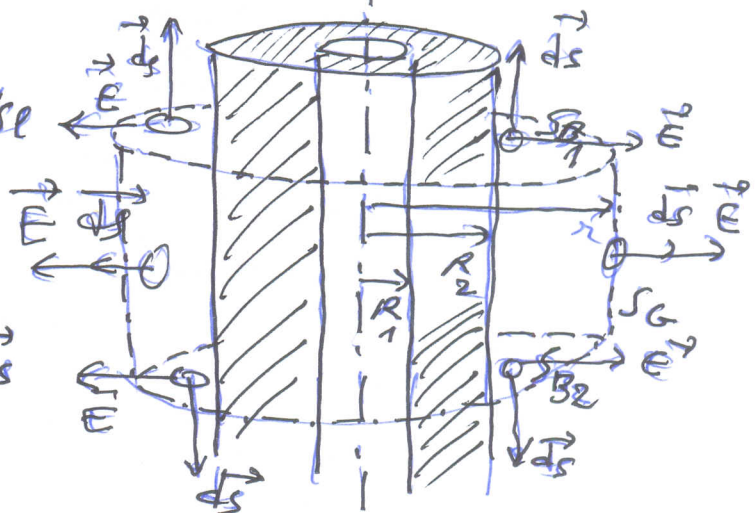
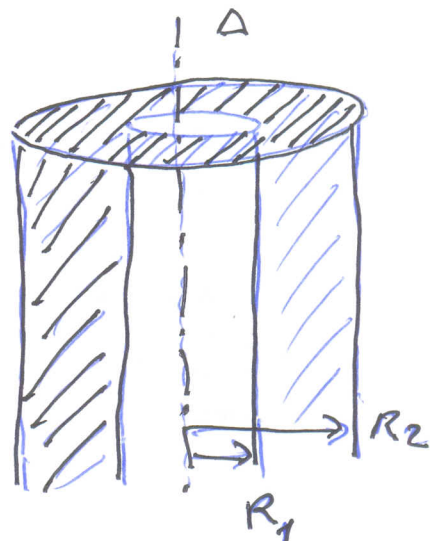
$$E S_l = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

1) Si $r > R_2$

$$E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho (R_2^2 - R_1^2)}{2\epsilon_0 r}$$

avec $q_{int} = \rho \pi (R_2^2 - R_1^2) \cdot h$



1

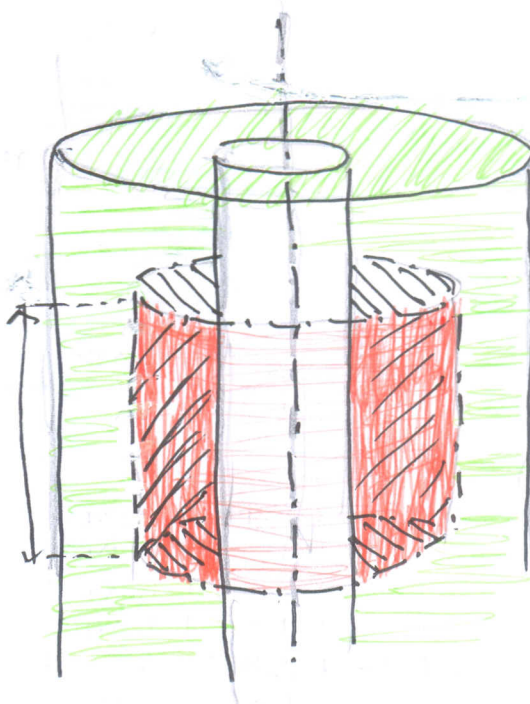
2) Si $R_2 > r > R_1$

$$\epsilon \cdot 2\pi r h = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} =$$

avec $q_{int} = h\pi(r^2 - R_1^2)\rho$ (1)

$$\epsilon \cdot 2\pi r h = \frac{\rho h\pi(r^2 - R_1^2)}{\epsilon_0} \quad h$$

$$\boxed{E = \frac{\rho(r^2 - R_1^2)}{2\epsilon_0 r}} \quad (1)$$



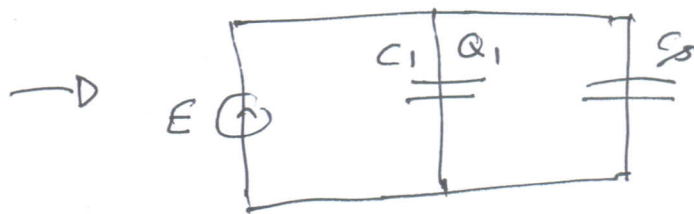
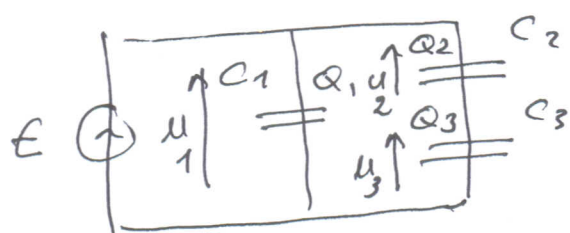
3) Dernier cas si $R_1 > r$ (0.5)

$$\epsilon \cdot 2\pi r h = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow \boxed{E = 0} \quad (1)$$

exercice 2

calcul de la charge et la tension aux bornes de chaque condensateur des circuits en dessous.

A) circuit a).



$$\boxed{C_s = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}}$$

capacité équivalente de C_2 et C_3 en série.

1) Tension U_1 de C_1 : $\boxed{U_1 = E}$ (0.5)

2) Charge Q_1 de C_1 : $\boxed{Q_1 = U_1 C_1 = E C_1}$ (0.5)

charge Q_2 de C_2 ou Q_3 de C_3

C_2 en série avec C_3 alors $Q_2 = Q_3$.

$$3) \quad Q_2 = Q_3 = E \cdot C_s = \frac{E C_2 C_3}{C_2 + C_3} \quad (1)$$

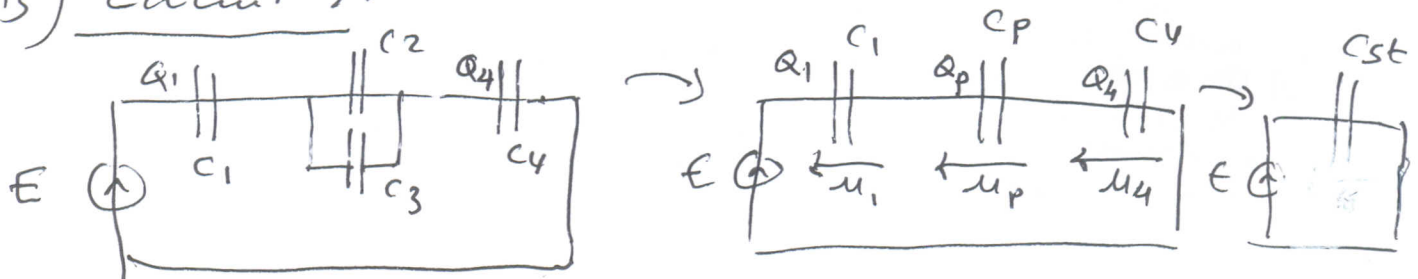
1) Tension U_2 de C_2 .

$$Q_2 = U_2 C_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{E C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{E \cdot C_3}{C_2 + C_3} \quad (0.5)$$

5) Tension U_3 de C_3

$$Q_3 = U_3 C_3 \Rightarrow U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{1}{C_3} \cdot \frac{E \cdot C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{E \cdot C_2}{C_2 + C_3} \quad (0.5)$$

B) Circuit b.



$$C_p = C_2 + C_3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{C_{st}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_p} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} + \frac{1}{C_4}$$

$$\frac{1}{C_{st}} = \frac{C_4(C_2 + C_3) + C_1 C_4 + C_1(C_2 + C_3)}{C_1 C_4 (C_2 + C_3)} = \frac{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}{C_1 C_4 (C_2 + C_3)}$$

$$C_{st} = \frac{C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} \quad (0.5)$$

Charge Q_1 de C_1 ou Q_4 de C_4

Les condensateurs C_1 , C_p et C_4 en série alors $Q_1 = Q_4 = Q_p$.

$$Q_1 = E \cdot C_{st} = \frac{E C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = Q_4 = Q_p \quad (1)$$

Tension U_1 de C_1 .

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{E C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = \frac{E C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} \quad (0.5)$$

Tension U_4 de C_4 .

$$Q_4 \quad U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{1}{C_4} \cdot \frac{E C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = \frac{E C_1 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$$

Tension de U_2 ou U_3 ou U_p de C_2 ou C_3 . avec $(C_p = C_2 + C_3)$

$$U_2 = U_3 = U_p = \frac{Q_p}{C_p} = \frac{1}{C_p} \cdot \frac{E \cdot C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = \frac{E C_1 C_4}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$$

Charge Q_2 de C_2 .

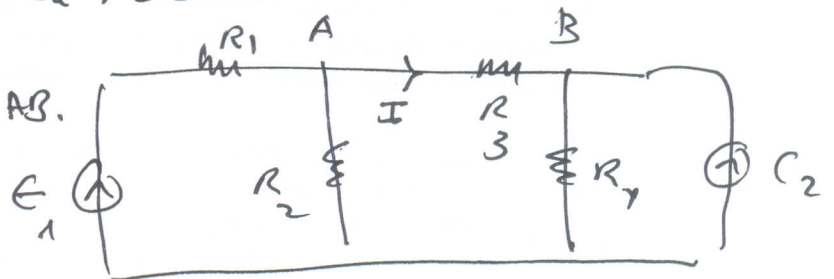
$$Q_2 = C_2 U_2 = \frac{E C_2 C_1 C_4}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$$

charge Q_3 de C_3

$$Q_3 = C_3 U_3 = \frac{E C_3 C_1 C_4}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$$

Exercice (3) On applique le théorème de Thévenin pour calculer le courant I de la branche AB .

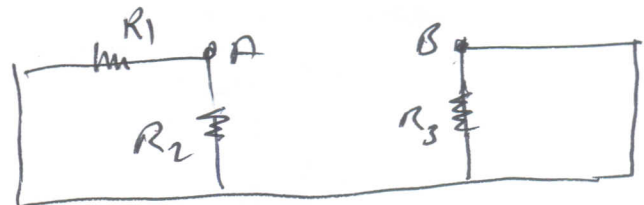
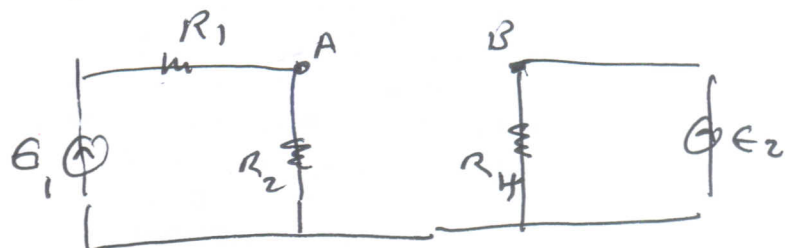
On débranche la branche AB .



1^{er} étape calcul de R_T

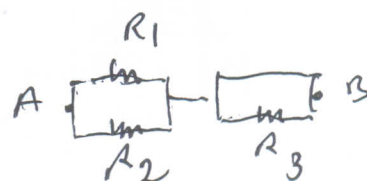
Résistance équivalente de Thévenin.

On court-circuite les générateurs de tension



$$R_T = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

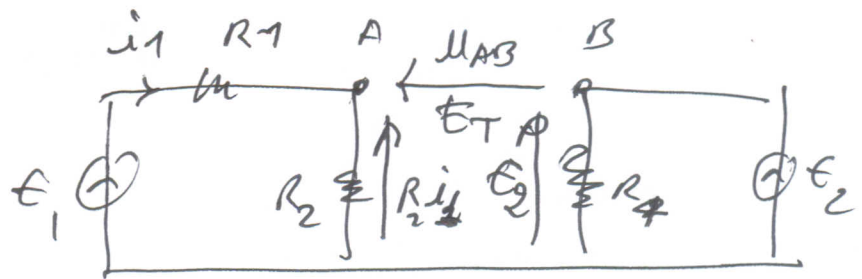
R_3 est en parallèle avec un fil.



2^{ème} étape Calcul de E_T

15

force électromotrice du générateur équivalent de Thévenin.



$U_{AB} = E_T = R_2 i_1 - E_2$

avec $i_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2}$

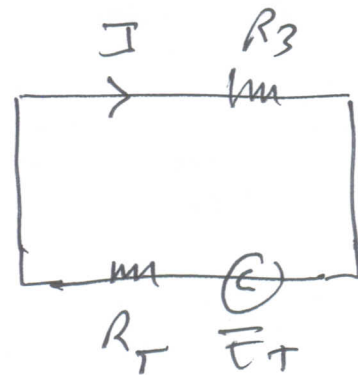
$E_T = \frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2} - E_2$

2

3^{ème} étape Calcul de I

On applique la loi de Pouillet.

$$I = \frac{E_T}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2} - E_2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$



$$I = \frac{R_2 E_1 - E_2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)}$$

2

Fini du Corrigé.

22 mai 2015